ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 17 ΜΑΪΟΥ 2010
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Έστω $t_1, t_2, \ldots, t_v$ οι παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής Χ ενός δείγματος μεγέθους ν, που έχουν μέση τιμή $\bar{x}$

Σχηματίζουμε τις διαφορές $t_1-\bar{x}$, $t_2-\bar{x}$, …$t_v-\bar{x}$

Να αποδείξετε ότι ο αριθμητικός μέσος των διαφορών αυτών είναι ίσος με μηδέν.

Μονάδες 7

Α2. Αν $x_1, x_2, \ldots, x_v$ είναι οι παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής Χ ενός δείγματος μεγέθους ν και $w_1, w_2, \ldots, w_v$ είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές στάθμισης (βαρύτητας), να ορίσετε το σταθμικό μέσο της μεταβλητής Χ.

Μονάδες 4

Α3. Έστω Ω ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης. Να δώσετε τους ορισμούς του βέβαιου ενδεχομένου και του αδύνατου ενδεχομένου.

Μονάδες 4

Α4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν οι συναρτήσεις f , g έχουν στο x_o όρια πραγματικούς αριθμούς, τότε

$$\lim_{x\to x_o}(f(x)\cdot g(x)) = \lim_{x\to x_o} f(x)\cdot \lim_{x\to x_o} g(x)$$

β) Για κάθε x>0 ισχύει $\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

γ) Η ταχύτητα ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα και η θέση του στον άξονα κίνησής του εκφράζεται από τη συνάρτηση x = f(t), τη χρονική στιγμή t_o είναι $\upsilon(t_o)=f'(t_o)$

δ) Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1)<f(x_2)$

ε) Η διάμεσος είναι ένα μέτρο θέσης, το οποίο επηρεάζεται από τις ακραίες παρατηρήσεις.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = 2\sqrt{x^2 - x + 1} - 1 \ , \ x \in R$$

Β1. Να υπολογίσετε το $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-1}{x-1}$

Μονάδες 10

Β2. Να υπολογίσετε το συντελεστή διεύθυνσης της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο της με τετμημένη $x_o=0$

Μονάδες 10

Β3. Να υπολογίσετε τη γωνία που σχηματίζει η παραπάνω εφαπτομένη με τον άξονα x΄x

Β. ΚΑΛΑΪΤΖΗ

Μονάδες 5

Β. ΚΑΛΛΑΪΤΖΗ

ΘΕΜΑ Γ

Οι τιμές της απώλειας βάρους, σε κιλά, 160 ατόμων, τα οποία ακολούθησαν ένα πρόγραμμα αδυνατίσματος, έχουν ομαδοποιηθεί σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους, όπως εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα:

ΑΠΩΛΕΙΑ ΒΑΡΟΥΣ ΣΕ ΚΙΛΑ	ΚΕΝΤΡΟ ΚΛΑΣΗΣ x_i	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ iv
[0 - ...)	...	20
[... - ...)	6	40
[... - ...)	...	45
[... - ...)	...	30
[... - ...)	...	25
ΣΥΝΟΛΟ		160

Γ1. Να αποδείξετε ότι το πλάτος c κάθε κλάσης είναι ίσο με 4

Μονάδες 6

Γ2. Αφού μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα σωστά συμπληρωμένο, να υπολογίσετε τη μέση τιμή $\bar{x}$ και την τυπική απόκλιση s

Μονάδες 8

Γ3. Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

Μονάδες 5

Γ4. Αν κάθε άτομο έχει την ίδια πιθανότητα να επιλεγεί, να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου
Α: « η απώλεια βάρους ενός ατόμου που επιλέχθηκε τυχαία να είναι από 7 μέχρι και 14 κιλά».

Μονάδες 6

Δίνεται ο τύπος

$$s^2 = \frac{1}{\nu}\left[\sum_{i=1}^{k} x_i^2 \nu_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} x_i \nu_i\right)^2}{\nu}\right]$$

ΘΕΜΑ Δ

Έστω Α, Β δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με αντίστοιχες πιθανότητες Ρ(Α), Ρ(Β) και η συνάρτηση

$$f(x) = \ln(x - P(A)) - \frac{1}{2}(x - P(A))^2 + P(B)\ , \quad x > P(A)$$

Δ1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

Μονάδες 13

Β. ΚΑΛΑΪΤΖΗ

Δ2. Αν η συνάρτηση f παρουσιάζει ακρότατο στο σημείο $x_o=\frac{5}{3}$ με τιμή $f(x_o)=0$, να αποδείξετε ότι:

$$P(A)=\frac{2}{3} \text{ και } P(B)=\frac{1}{2}$$

Μονάδες 2

Λαμβάνοντας υπόψη το ερώτημα **Δ2** και επιπλέον ότι $P(A\cup B)=\frac{5}{6}$, να βρείτε την πιθανότητα:

Δ3. να μην πραγματοποιηθούν ταυτόχρονα τα ενδεχόμενα Α , Β.

Μονάδες 5

Δ4. να πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα ενδεχόμενα Α , Β.

Μονάδες 5

Β. ΚΑΛΑΪΤΖΗ