ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ
ΘΕΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

ΠΗΓΗ: Κ.Ε.Ε.

1ο Κεφάλαιο **ΑΝΑΛΥΣΗ**

Ερωτήσεις του τύπου «Σωστό - Λάθος»

1. * Η διαδικασία, με την οποία κάθε στοιχείο ενός συνόλου Α αντιστοιχίζεται σ' ένα ακριβώς στοιχείο ενός άλλου συνόλου Β είναι συνάρτηση. **Σ** **Λ**

2. * Η διαδικασία, με την οποία κάθε στοιχείο ενός συνόλου Α αντιστοιχίζεται σε περισσότερα του ενός στοιχεία ενός άλλου συνόλου Β είναι συνάρτηση. **Σ** **Λ**

Στις παρακάτω ερωτήσεις όλες οι συναρτήσεις είναι πραγματικές συναρτήσεις με πεδίο ορισμού ένα υποσύνολο του R.

3. * Η σχέση f, με τύπο f (x) = $\begin{cases} 0, & x \text{ ρητός} \\ 1, & x \text{ άρρητος} \end{cases}$, είναι συνάρτηση. **Σ** **Λ**

4. * Η σχέση $x^2 + y^2 = 1$ όπου x, y $\in$ R, είναι συνάρτηση. **Σ** **Λ**

5. * Η σχέση g με τύπο g (x) = x^2 είναι συνάρτηση. **Σ** **Λ**

6. * Η σχέση f με τύπο f (x) = 20x είναι συνάρτηση. **Σ** **Λ**

7. * Η σχέση h με τύπο h (t) = $\pm\sqrt{2t}$, t $\in$ R^+, είναι συνάρτηση. **Σ** **Λ**

8. * Η σχέση f με τύπο f (t) = $\sqrt{2t}$, t $\in$ R^+, είναι συνάρτηση. **Σ** **Λ**

9. * Αν για μια συνάρτηση f, που έχει πεδίο ορισμού το A $\subseteq$ R, ισχύει f (x) = f (y) για κάποια x, y $\in$ A, τότε x = y. **Σ** **Λ**

10. * Αν οι συναρτήσεις f, g ορίζονται και οι δύο σ' ένα σύνολο Α, τότε και η συνάρτηση S = f + g ορίζεται στο ίδιο σύνολο. **Σ** **Λ**

11. * Αν οι συναρτήσεις f, g ορίζονται και οι δύο σ' ένα σύνολο Α, τότε και η συνάρτηση h = $\frac{f}{g}$ ορίζεται πάντοτε στο ίδιο ακριβώς σύνολο. **Σ** **Λ**

12. * Μια συνάρτηση γνησίως μονότονη είναι πάντοτε γνησίως αύξουσα. **Σ** **Λ**

13. * Κάθε πολυωνυμική συνάρτηση είναι συνεχής. **Σ** **Λ**

14. * Οι συναρτήσεις f (x) = ημx και g (x) = συνx είναι συνεχείς.

Σ **Λ**

15. * Η συνάρτηση f (x) = $\frac{1}{x}$, x > 0, είναι συνεχής. **Σ** **Λ**

16. * Η συνάρτηση f (x) = $\frac{1}{x}$, x < 0, είναι συνεχής. **Σ** **Λ**

17. * Η έννοια της συνέχειας μιας συνάρτησης αναφέρεται μόνο σε σημεία του πεδίου ορισμού της. **Σ** **Λ**

18. * Μια συνάρτηση f, με πεδίο ορισμού το Α, λέγεται συνεχής, αν είναι συνεχής σε κάθε σημείο του συνόλου Α. **Σ** **Λ**

19. * Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία x_1, $x_2 \in \Delta$ με $x_1 > x_2$ ισχύει f $(x_1) < f(x_2)$. **Σ** **Λ**

20. * Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία x_1, $x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει f $(x_1) < f(x_2)$. **Σ** **Λ**

21. * Η παράγωγος f ΄ (x_0) μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της είναι πραγματικός αριθμός. **Σ** **Λ**

22. * Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης που είναι η γραφική παράσταση μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f, στο σημείο $(x_0, f(x_0))$ αυτής, είναι η παράγωγος της f στο x_0. **Σ** **Λ**

23. * Η παράγωγος μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της y = f (x), ως προς x, όταν $x = x_0$. **Σ** **Λ**

24. * Η παράγωγος f ΄ (x_0) μιας συνάρτησης f σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της ισούται με το **Σ** **Λ**

$\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$, $h \in R$, $h \neq 0$.

25. * Μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, όταν και μόνο όταν υπάρχει το $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$, $h \in R$, $h \neq 0$. **Σ** **Λ**

26. * Η συνάρτηση f (x) = $|x|$ είναι παραγωγίσιμη στο σημείο $x_0 = 0$. **Σ** **Λ**

27. * Η συνάρτηση f (x) = $|x|$ είναι συνεχής στο σημείο $x_0 = 0$. **Σ** **Λ**

28. * Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε το όριο $\lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$, $h \neq 0$, ισούται με τον συντελεστη διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης, που είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f στο σημείο $(x_0, f(x_0))$ αυτής. **Σ** **Λ**

29. * Η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{x}$ είναι $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. **Σ** **Λ**

30. * Η παράγωγος της συνάρτησης $g(\kappa) = \kappa^q$, όπου $q \in Q$, είναι $g'(\kappa) = q\kappa^{q-1}$. **Σ** **Λ**

31. * Οι παράγωγοι των συναρτήσεων f (x) = ημx και g (x) = συνx είναι αντίστοιχα f ΄ (x) = (ημx)΄ = συνx και g ΄ (x) = (συνx)΄ = - ημx. **Σ** **Λ**

32. * Οι παράγωγοι των συναρτήσεων $E(x) = e^x$ και L (x) = lnx είναι αντίστοιχα $E'(x) = (e^x)' = e^x$ και $L'(x) = (\ln x)' = \frac{1}{x}$. **Σ** **Λ**

33. * Αν η πρώτη παράγωγος μιας συνάρτησης g είναι η σταθερή συνάρτηση l, τότε η g είναι της μορφής $g(x) = cx$, $c \in R - \{1\}$. **Σ** **Λ**

34. * Αν η πρώτη παράγωγος μιας πολυωνυμικής συνάρτησης g είναι 4ου βαθμού, τότε η g είναι 5ου βαθμού. **Σ** **Λ**

35. * Αν η δεύτερη παράγωγος μιας πολυωνυμικής συνάρτησης g είναι σταθερή, τότε η g είναι το πολύ 2ου βαθμού. **Σ** **Λ**

36. * Η συνάρτηση f ΄ με $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$, $h \neq 0$, όπου x τα σημεία του πεδίου ορισμού της f στα οποία η f είναι παραγωγίσιμη, λέγεται (πρώτη) παράγωγος της f. **Σ** **Λ**

37. * Η παράγωγος (αν υπάρχει) της συνάρτησης g΄ λέγεται πρώτη παράγωγος της g. **Σ** **Λ**

38. * Η παράγωγος (αν υπάρχει) της συνάρτησης g΄΄ λέγεται τρίτη παράγωγος της g. **Σ** **Λ**

39. * Η παράγωγος της συνάρτησης f (x) = 5 είναι f ΄ (x) = 5x. **Σ** **Λ**

40. * Η παράγωγος της συνάρτησης s (t) = t είναι s ΄ (t) = 1. **Σ** **Λ**

41. ** Θέσεις πιθανών ακροτάτων συνάρτησης f ορισμένης και συνεχούς σ' ένα διάστημα Δ είναι μόνο τα σημεία στα οποία η f παραγωγίζεται. **Σ** **Λ**

42. ** Αν η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο σ' ένα εσωτερικό σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, και υπάρχει η παράγωγος $f'(x_0)$, τότε $f'(x_0) = 0$. **Σ** **Λ**

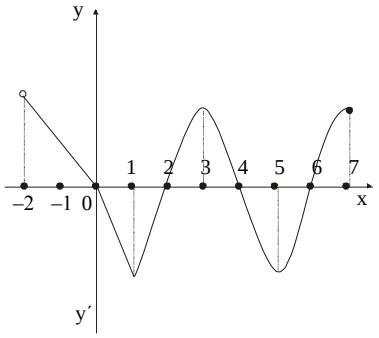
43. ** Αν για συνάρτηση f, ορισμένη και συνεχή σ' ένα διάστημα Δ, υπάρχει η f ΄ (x_0) και είναι f ΄ (x_0) $\neq$ 0, με x_0 εσωτερικό σημείο του Δ, τότε το x_0 είναι θέση τοπικού ακρότατου της f. **Σ** **Λ**

44. ** Έστω συνάρτηση f, ορισμένη και συνεχής σ' ένα διάστημα Δ. Τα εσωτερικά σημεία του Δ, στα οποία η f παραγωγίζεται και η παράγωγος ισούται με μηδέν, είναι θέσεις πιθανών τοπικών ακροτάτων της. **Σ** **Λ**

45. ** Έστω συνάρτηση f, ορισμένη και συνεχής σ' ένα διάστημα Δ. Τα εσωτερικά σημεία x του Δ, στα οποία η f παραγωγίζεται και η παράγωγος f ΄ (x) ισούται με μηδέν, αποτελούν πάντοτε θέσεις τοπικών ακροτάτων της. **Σ** **Λ**

46. ** Αν η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο σ' ένα εσωτερικό σημείο x_0 ενός διαστήματος του πεδίου ορισμού της και είναι παραγωγίσιμη στο x_0, τότε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο (x_0, f (x_0)) είναι παράλληλη στον άξονα x΄x. **Σ** **Λ**

47. ** Στο σχήμα παρουσιάζεται η γραφική παράσταση μιας συνεχούς συνάρτησης f. Να χαρακτηρίσετε με (Σ) ή (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:



i. Το πεδίο ορισμού της f είναι [- 2, 7]. **Σ** **Λ**

ii. Το πεδίο ορισμού της f είναι (- 2, 7]. **Σ** **Λ**

iii. Η συνάρτηση f παρουσιάζει στο διάστημα (2, 4) τοπικό μέγιστο, για x = 3.

iv. Ισχύει ότι f ΄ (3) $\neq$ 0. **Σ** **Λ**

v. Ισχύει f ΄ (x) > 0 για x $\in$ (2, 3) και **Σ** **Λ**
f ΄ (x) > 0 για x $\in$ (3, 4).

vi. Στο διάστημα (2, 3) η συνάρτηση f είναι αύξουσα. **Σ** **Λ**

vii. Ισχύει f ΄ (5) $\neq$ 0. **Σ** **Λ**

viii. Οι εφαπτόμενες της γραφικής παράστασης της f στα σημεία (3, f (3)) και (5, f (5)) είναι παράλληλες μεταξύ τους. **Σ** **Λ**

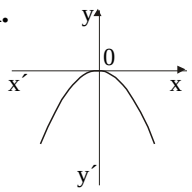
ix. Στο διάστημα (0, 2) η συνάρτηση παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για x = 1. **Σ** **Λ**

x. Ορίζεται το f ΄ (1). **Σ** **Λ**

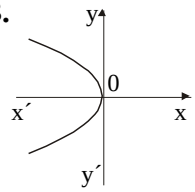
Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. * Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα είναι γραφική παράσταση συνάρτησης;

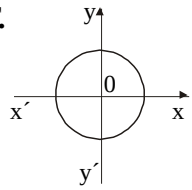
Α.



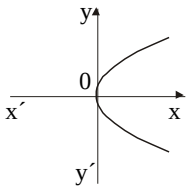
Β.



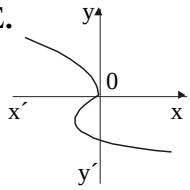
Γ.



Δ.

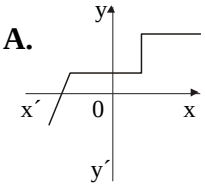


Ε.

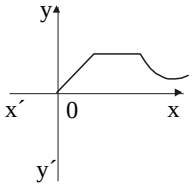


2. * Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα είναι γραφική παράσταση συνάρτησης;

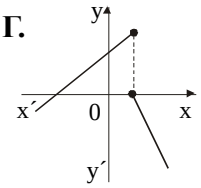
Α.



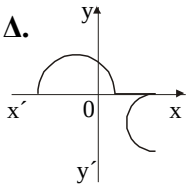
Β.



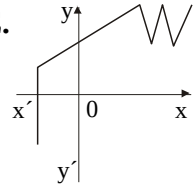
Γ.



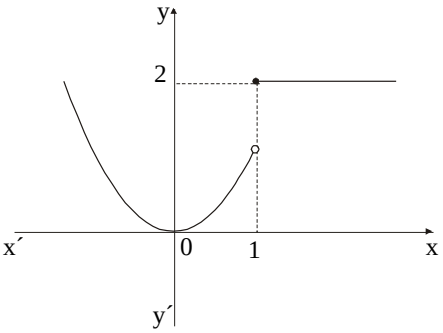
Δ.



Ε.



3. * Το διπλανό διάγραμμα είναι γραφική παράσταση της συνάρτησης



Α. f (x) = $\begin{cases} x^2, & -\infty < x \le 1 \\ 2, & 1 < x \end{cases}$

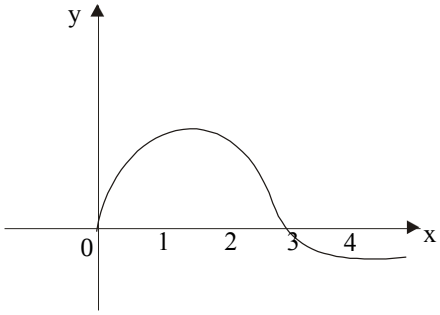
Β. f (x) = $\begin{cases} x^2, & -\infty < x < 1 \\ 2, & 1 \le x \end{cases}$

Γ. f (x) = $\begin{cases} \dfrac{1}{x}, & -\infty < x < 1 \\ 2, & 1 \le x \end{cases}$

Δ. f (x) = $\begin{cases} \dfrac{1}{x^2}, & -\infty < x \le 1 \\ 2, & 1 < x \end{cases}$

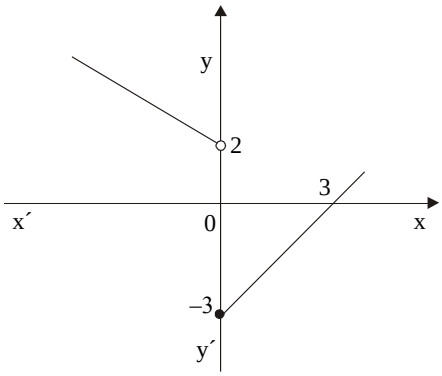
Ε. f (x) = $\begin{cases} e^x, & -\infty < x < 1 \\ 2, & 1 \le x \end{cases}$

4. * Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης, με γραφική παράσταση που παρουσιάζεται στο διπλανό σχήμα, είναι



Α. [0, 3] **Β.** [0, ∞)
Γ. (0, 3) **Δ.** (0, + ∞)
Ε. [0, 4]

5. * Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης, με γραφική παράσταση που παρουσιάζεται στο διπλανό σχήμα, είναι



Α. (-∞, 2) **Β.** (-∞, 3]
Γ. (-∞, + ∞) **Δ.** (-∞, 3]
Ε. (0, 3]

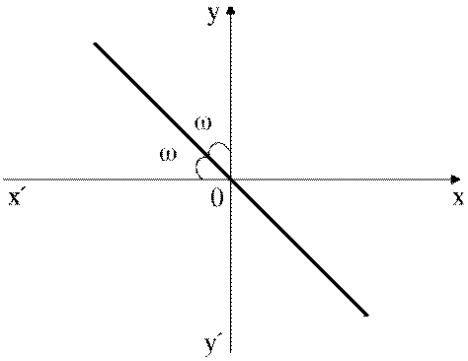
6. * Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f (x) = $\sqrt{1-x^2}$ είναι

Α. [- 1, 1] **Β.** [- 1, ∞) **Γ.** (- 1, 1) **Δ.** (-∞, 1] **Ε.** (-∞, +∞)

7. * Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f (x) = $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ είναι

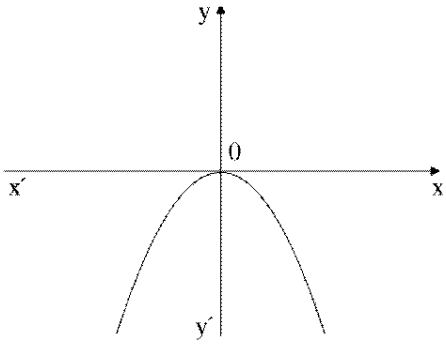
Α. [- 1, 1] **Β.** [- 1, ∞) **Γ.** (- 1, 1) **Δ.** (-∞, 1] **Ε.** (-∞, +∞)

8. * Το διάγραμμα που παρουσιάζεται στο διπλανό σχήμα είναι γραφική παράσταση της συνάρτησης



Α. f (x) = - x **Β.** f (x) = x
Γ. f (x) = $\frac{1}{x}$ **Δ.** f (x) = -$\frac{1}{x}$
Ε. f (x) = - 2x

9. * Το διάγραμμα που παρουσιάζεται στο διπλανό σχήμα είναι γραφική παράσταση της συνάρτησης



Α. f (x) = x^2 **Β.** f (x) = - x^2
Γ. f (x) = -$\frac{1}{x^2}$ **Δ.** f (x) = $\frac{1}{x^2}$
Ε. f (x) = $\frac{1}{x}$

10. * Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν κοινό πεδίο ορισμού το $A \subseteq R$, τότε η συνάρτηση $h = \frac{f}{g}$ έχει πεδίο ορισμού

Α. το σύνολο R **Β.** τα $x \in A$: $f(x) \neq 0$ **Γ.** τα $x \in A$: $g(x) \neq 0$

Δ. τα $x \in A$: $f(x) = 0$, $g(x) \neq 0$ **Ε.** τα $x \in A$: $f(x) = g(x) = 0$

11. * Μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, αν και μόνο αν

Α. ισχύει $f(x_0) = 0$

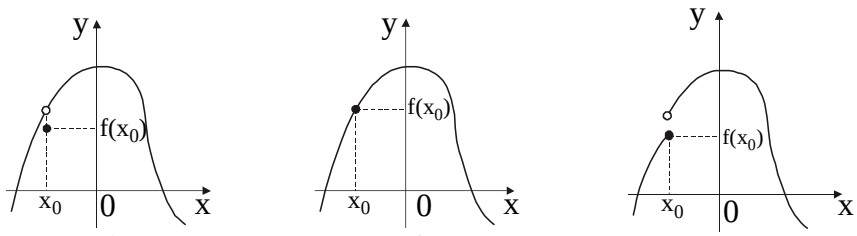
Β. ισχύει $f(x_0) \neq 0$

Γ. υπάρχει το $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$

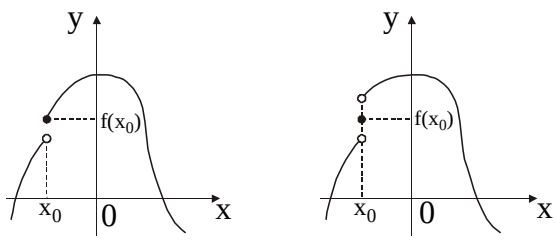
Δ. ισχύει $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$

Ε. ισχύει $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) \neq f(x_0)$

12. *



σχ.1 σχ.2 σχ.3



σχ.4 σχ.5

Στα παραπάνω σχήματα παρουσιάζονται πέντε γραφικές παραστάσεις ισάριθμων συναρτήσεων. Στη θέση x_0 συνεχής είναι η συνάρτηση

Α. του σχήματος 1 **Β.** του σχήματος 2 **Γ.** του σχήματος 3

Δ. του σχήματος 4 **Ε.** του σχήματος 5

13. * Μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, αν και μόνο αν

Α. υπάρχει το $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(h)}{h}$, $h \in R$, $h \neq 0$

Β. υπάρχει το $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$, $h \in R$, $h \neq 0$

Γ. υπάρχει το $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$, $h \in R$, $h \neq 0$ και είναι πραγματικός αριθμός

Δ. το $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = +\infty$, $h \in R$, $h \neq 0$

Ε. το $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} = -\infty$, $h \in R$, $h \neq 0$

14. * Η παράγωγος μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f, σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, εκφράζει

Α. την τιμή της συνάρτησης στη θέση x_0

Β. την τιμή του κλάσματος $\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$, $h \neq 0$

Γ. το ρυθμό μεταβολής της f (x) ως προς x, όταν $x = x_0$

Δ. το ρυθμό μεταβολής της f (x) ως προς $x - x_0$

Ε. κανένα από τα παραπάνω

15. * Παράγωγο $f'(x_0)$ μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της ονομάζουμε

Α. το πηλίκον $\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$, $h \in R$, $h \neq 0$

Β. το $\lim\limits_{h \to 0} (f(x_0+h)-f(x_0))$, $h \in R$, $h \neq 0$

Γ. το $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$, $h \in R$, $h \neq 0$

Δ. το $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0+h)}{h}$, $h \in R$, $h \neq 0$

Ε. το πηλίκον $\dfrac{f(x_0+h)}{h}$, $h \in R$, $h \neq 0$

16. * Εάν S (t) είναι η θέση ενός κινητού τη χρονική στιγμή t, που κινείται ευθύγραμμα, τότε το κλάσμα $\dfrac{S(t_0+h)-S(t_0)}{h}$, $h \in R$, $h \neq 0$ εκφράζει

Α. τη στιγμιαία ταχύτητα του κινητού τη χρονική στιγμή $t = t_0$

Β. τη μέση ταχύτητα του κινητού στο χρονικό διάστημα $[t_0, t_0 + h]$

Γ. τη μέση τιμή της επιτάχυνσης στο χρονικό διάστημα $[t_0, t_0 + h]$

Δ. τη στιγμιαία τιμή της επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή $t = t_0$

Ε. τη διαφορά του διαστήματος που διήνυσε το κινητό από τη χρονική στιγμή t_0 μέχρι τη χρονική στιγμή $t_0 + h$

17. * Εάν S (t) είναι η θέση ενός κινητού τη χρονική στιγμή t, που κινείται ευθύγραμμα, τότε η τιμή $A = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{S(t_0+h)-S(t_0)}{h}$, $h \in R$, $h \neq 0$ εκφράζει

Α. τη στιγμιαία ταχύτητα του κινητού τη χρονική στιγμή $t = t_0$

Β. τη μέση ταχύτητα του κινητού στο χρονικό διάστημα $[t_0, t_0 + h]$

Γ. τη μέση τιμή της επιτάχυνσης στο χρονικό διάστημα $[t_0, t_0 + h]$

Δ. τη στιγμιαία τιμή της επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή $t = t_0$

Ε. τη διαφορά του διαστήματος που διήνυσε το κινητό από τη χρονική στιγμή t_0 μέχρι τη χρονική στιγμή $t_0 + h$

18. ****** Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε διάστημα $\Delta \subseteq R$ και γνησίως φθίνουσα στο Δ , τότε η f ΄ είναι αρνητική

Α. μόνο σ' ένα σημείο του Δ

Β. σε όλα τα εσωτερικά σημεία του Δ

Γ. στο σημείο μηδέν

Δ. μόνο στα σημεία που μηδενίζουν την f

Ε. κανένα από τα παραπάνω

19. ***** Αν για συνάρτηση f παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα Δ, ισχύουν $f'(x_0) = 0$ και $f''(x_0) < 0$, με x_0 εσωτερικό σημείο του Δ , τότε η συνάρτηση f

Α. παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = x_0$

Β. είναι γνησίως φθίνουσα σε όλο το διάστημα Δ

Γ. παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = x_0$

Δ. δεν παρουσιάζει ακρότατο για $x = x_0$

Ε. είναι σταθερή συνάρτηση

20. ***** Αν για συνάρτηση f, παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα Δ, ισχύουν $f'(x_0) = 0$ και $f''(x_0) > 0$, με x_0 εσωτερικό σημείο του Δ, τότε η συνάρτηση f

Α. παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = x_0$

Β. είναι γνησίως αύξουσα σε όλο το διάστημα Δ

Γ. παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = x_0$

Δ. δεν παρουσιάζει ακρότατο για $x = x_0$

Ε. είναι σταθερή συνάρτηση

21. ***** Η συνάρτηση f, παραγωγίσιμη σ' ένα ανοικτό διάστημα Δ, είναι γνησίως αύξουσα στο Δ, αν ισχύει

Α. $f'(x) = 0$, για κάθε σημείο x του Δ

Β. $f(x) = 0$, για κάθε σημείο x του Δ

Γ. $f'(x) > 0$, για κάθε σημείο x του Δ

Δ. $f'(x) < 0$, για κάθε σημείο x του Δ

Ε. κανένα από τα παραπάνω

22. ***** Η συνάρτηση f, παραγωγίσιμη σ' ένα ανοικτό διάστημα Δ, είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ, αν ισχύει

Α. $f'(x) = 0$, για κάθε σημείο x του Δ

Β. $f(x) = 0$, για κάθε σημείο x του Δ

Γ. $f'(x) > 0$, για κάθε σημείο x του Δ

Δ. $f'(x) < 0$, για κάθε σημείο x του Δ

Ε. κανένα από τα παραπάνω

23. ** Έστω συνάρτηση f, παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα Δ και x_0 εσωτερικό σημείο του Δ για το οποίο υπάρχει f ΄΄ (x_0). Το εσωτερικό σημείο x_0, είναι σημείο ακροτάτου της f, αν ισχύει

Α. f (x_0) = 0 **Β.** f ΄ (x_0) ≠ 0 **Γ.** f ΄΄ (x_0) = 0

Δ. f ΄ (x_0) = 0 και f ΄΄ (x_0) ≠ 0

Ε. f ΄ (x_0) > 0 και f (x_0) = 0

24. * Η παράγωγος της συνάρτησης f (x) = x^2 είναι (για h ≠ 0)

Α. $\lim\limits_{h \to 2} \frac{h(2x+h)}{h}$ **Β.** $\lim\limits_{h \to 0}$ h (2x + h) **Γ.** $\lim\limits_{h \to 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$

Δ. 2 **Ε.** x

25. * Αν ο μεγιστοβάθμιος όρος μιας πολυωνυμικής συνάρτησης είναι αx^{α}, όπου α ≠ 0, α ≠ 1, τότε η παράγωγός της είναι

Α. σταθερή συνάρτηση

Β. τριγωνομετρική συνάρτηση

Γ. πολυωνυμική συνάρτηση με μεγιστοβάθμιο όρο τον $\alpha^2 x^{\alpha-1}$

Δ. πολυωνυμική συνάρτηση με μεγιστοβάθμιο όρο τον $\alpha x^{\alpha-1}$

Ε. δεν μπορούμε να το γνωρίζουμε χωρίς τον τύπο της συνάρτησης

26. * Η συνάρτηση h (x) = $\sqrt{x^2}$ είναι

Α. σύνθεση των συναρτήσεων f (x) = $\sqrt{x}$ και g (x) = x

Β. σύνθεση των συναρτήσεων f (x) = x^2 και g (x) = $\sqrt{x^2}$

Γ. άλλη μορφή της συνάρτησης f (x) = x

Δ. άλλη μορφή της συνάρτησης f (x) = $|x|$

Ε. κανένα από τα παραπάνω

27. * Η συνάρτηση f (x) = ημ3x είναι

Α. άλλη μορφή της συνάρτησης f (x) = 3ημx

Β. η παράγωγος της συνάρτησης f (x) = συν3x

Γ. σύνθεση των συναρτήσεων f (x) = ημx, g (x) = 3x

Δ. η παράγωγος της συνάρτησης f (x) = $\frac{\text{συν}3x}{3}$

Ε. κανένα από τα παραπάνω

28. * Αν L (x) = f (g (x)), όπου f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις, τότε

Α. L΄ (x) = f ΄ (g (x))

Β. L΄ (x) = f ΄ (x) · g ΄ (x)

Γ. L΄ (x) = f ΄ (x) + g ΄ (x)

Δ. L΄ (x) = f ΄ (g (x)) · f (x)

Ε. L΄ (x) = f ΄ (g (x)) · g ΄ (x)

Ερωτήσεις αντιστοίχισης

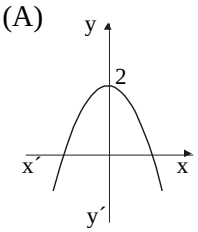
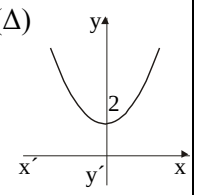
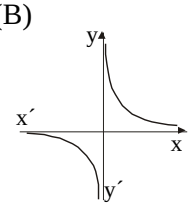
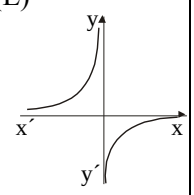
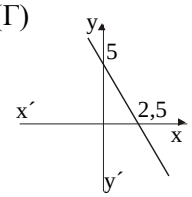
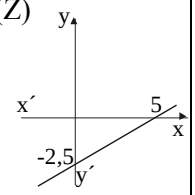
1. ***** Αντιστοιχίστε τον κάθε τύπο συνάρτησης της στήλης Α με το διάστημα ή ένωση διαστημάτων της στήλης Β, που είναι το πεδίο ορισμού της.

Στήλη Α	Στήλη Β
$f(x) = 2x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \frac{3}{x-1}$	$(0, 1)$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$
$f(x) = \sqrt{x-1}$	$(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$
$f(x) = \frac{2x}{x+1}$	$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$
	$(1, \infty)$
	$[1, \infty)$

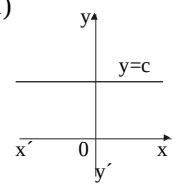
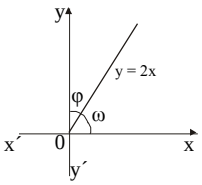
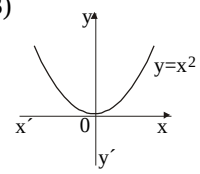
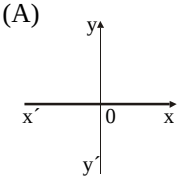
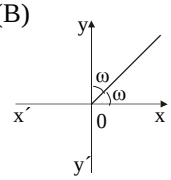
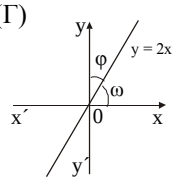
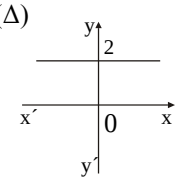
2. ***** Αντιστοιχίστε τον κάθε τύπο συνάρτησης της στήλης Α με το διάστημα ή ένωση διαστημάτων της στήλης Β, που είναι το πεδίο ορισμού της.

Στήλη Α	Στήλη Β
$f(x) = \sqrt{x}$	$[0, +\infty)$
$f(x) = \sqrt{x+2}$	$[-2, +\infty)$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	$(-2, 0) \cup (0, +\infty)$
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$	$(-\infty, -2] \cup [0, +\infty)$
	$(0, +\infty)$
	$(-2, 0) \cup (0, \infty)$
	$(-2, +\infty)$

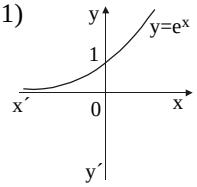
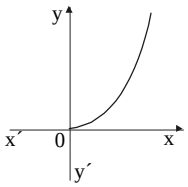
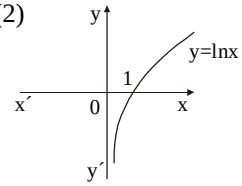
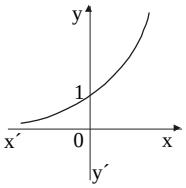
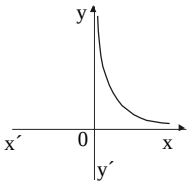
3. ***** Αντιστοιχίστε τον κάθε τύπο της συνάρτησης της στήλης Α με τη γραφική της παράσταση στη στήλη Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
1. $f(x) = -3x^2 + 2$	(Α)  (Δ) 
2. $\varphi(x) = \frac{6}{x}$	(Β)  (Ε) 
3. $h(x) = -2x + 5$	(Γ)  (Ζ) 

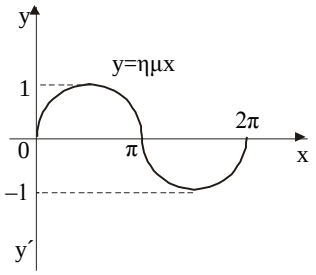
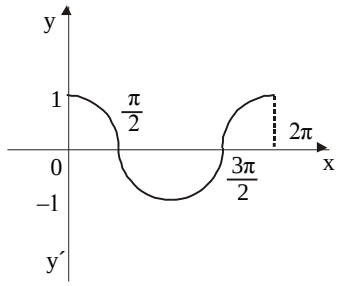
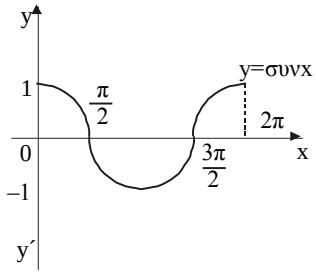
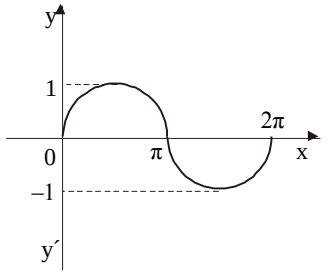
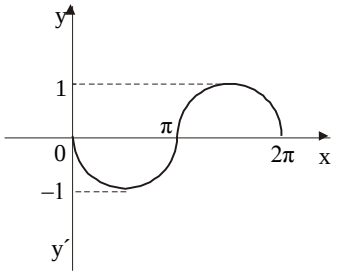
4. * Στη στήλη Α παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις τριών συναρτήσεων. Αντιστοιχίστε καθεμιά από αυτές με τη γραφική παράσταση της πρώτης παραγώγου της που βρίσκεται στη στήλη Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
(1)  (2)  (3) 	(Α)  (Β)  (Γ)  (Δ) 

5. ***** Στη στήλη Α παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις δύο συναρτήσεων. Αντιστοιχίστε καθεμιά από αυτές με τη γραφική παράσταση της πρώτης παραγώγου της που βρίσκεται στη στήλη Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
(1) 	(A) 
(2) 	(B) 
	(Γ) 

6. * Στη στήλη Α παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις δύο συναρτήσεων. Αντιστοιχίστε καθεμιά από αυτές με τη γραφική παράσταση της πρώτης παραγώγου της που βρίσκεται στη στήλη Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
(1) 	(Α) 
(2) 	(Β) 
	(Γ) 

7. * Αντιστοιχίστε κάθε τύπο συνάρτησης που είναι στη στήλη Α με τον τύπο της συνάρτησης της πρώτης παραγώγου της που είναι στη στήλη Β.

Στήλη Α ***f (x)***	**Στήλη Β** ***f ΄ (x)***
$3x^2$	$6x^2 - 1$
$3x$	$6x$
$2 (x^2 - 1)$	3
$(3x)^2$	$4x$
$(3x - 1)^2$	$3x - 1$
$3x^2 - x$	$18x$
	$6 (3x - 1)$
	$6x^2$
	$6x - 1$

8. * Αντιστοιχίστε κάθε τύπο συνάρτησης που είναι στη στήλη Α με τον τύπο της συνάρτησης της πρώτης παραγώγου της που είναι στη στήλη Β.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
f (x)	***f ΄ (x)***
α	0
αx	α
$\beta x + \alpha$	β
$\alpha x^2 + \beta$	$\alpha x + \beta$
βx^2	$2\alpha x$
$\alpha x^2 - \beta x$	$2\beta x + \gamma$
$\beta x^2 + \alpha x - \gamma$	$2\beta x$
	$2\alpha x - \beta$
	$2\alpha x + \beta$
	$2\beta x + \alpha$
	$2\alpha + \beta x$

9. * Στη στήλη Α του παρακάτω πίνακα υπάρχουν τα πρώτα μέλη ισοτήτων, οι οποίες εκφράζουν τους κανόνες παραγώγισης. Στη στήλη Β υπάρχουν τα δεύτερα μέλη των ισοτήτων αυτών. Αντιστοιχίστε τα στοιχεία της στήλης Α με εκείνα της στήλης Β ώστε να προκύψουν οι γνωστοί κανόνες παραγώγισης.

Στήλη Α	**Στήλη Β**
	$f'(x)\,g(x) + f(x)\,g'(x)$
$(c\,f(x))' =$	$\dfrac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g^2(x)}$
$(f(x) + g(x))' =$	$f'(x) + g'(x)$
$(f(x) \cdot g(x))' =$	$c\,f'(x)$
$\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)' =$	$f'(x) \cdot g'(x)$
$[f(g(x))]' =$	$f'(g(x)) \cdot g'(x)$
	$\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$

Ερωτήσεις συμπλήρωσης - σύντομης απάντησης

1. * Να συμπληρώσετε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων:

α) $f(x) = \sqrt{x^2}$ Α = ...

β) $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$ Α = ...

γ) $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$ Α = ...

δ) $f(x) = \sqrt{x^2+1}$ Α = ...

ε) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ Α = ...

2. * Αν $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = -2$, να βρείτε και να συμπληρώσετε τα $\lim\limits_{x \to x_0} g(x)$, όταν:

α) $g(x) = 3f(x) - 1$ $\qquad \lim\limits_{x \to x_0} g(x) =$.....

β) $g(x) = 2 - 4f(x)$ $\qquad \lim\limits_{x \to x_0} g(x) =$.....

γ) $g(x) = (2f(x))^2$ $\qquad \lim\limits_{x \to x_0} g(x) =$.....

δ) $g(x) = \dfrac{2f(x)-1}{5-3f(x)}$ $\qquad \lim\limits_{x \to x_0} g(x) =$.....

ε) $g(x) = \sqrt[3]{-8f(x)+11}$ $\qquad \lim\limits_{x \to x_0} g(x) =$.....

3. * Να συμπληρώσετε τα παρακάτω όρια:

α) $\lim\limits_{x \to 1} (2x^2 + 6x - 1) =$ .....

β) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{2x+1}{3x} =$ .....

γ) $\lim\limits_{x \to 3} (5\sqrt{6x-1}) =$ .....

δ) $\lim\limits_{x \to -1} [(3x + 2)(5x - 3)]^2 =$ .....

ε) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} [\eta\mu x + 3\sigma\upsilon\nu x] =$ .....

στ) $\lim\limits_{x \to 0} [2\eta\mu x - 4\sigma\upsilon\nu x] =$ .....

4. * Να συμπληρώσετε τα παρακάτω όρια:

α) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1} =$ .....

β) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^4-16}{x^3+8} =$ .....

γ) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{2x^2+5x+3}{2(x+1)} =$ .....

δ) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^3+1}{x^2-4x-5} =$ .....

5. * Να συμπληρώσετε τις τιμές των παραγώγων των παρακάτω συναρτήσεων στα αντίστοιχα σημεία:

α) $f(x) = x^2$ $\qquad f'(0) =$.....

β) $f(x) = x^2 + 1$ $\qquad f'(1) =$.....

γ) $f(x) = 2x^2 - 3$ $\qquad f'(-1) =$.....

δ) $f(x) = \eta\mu x$ $\qquad f'(\frac{\pi}{2}) =$.....

ε) $f(x) = \dfrac{1}{x^2-2}$ $\qquad f'(0) =$.....

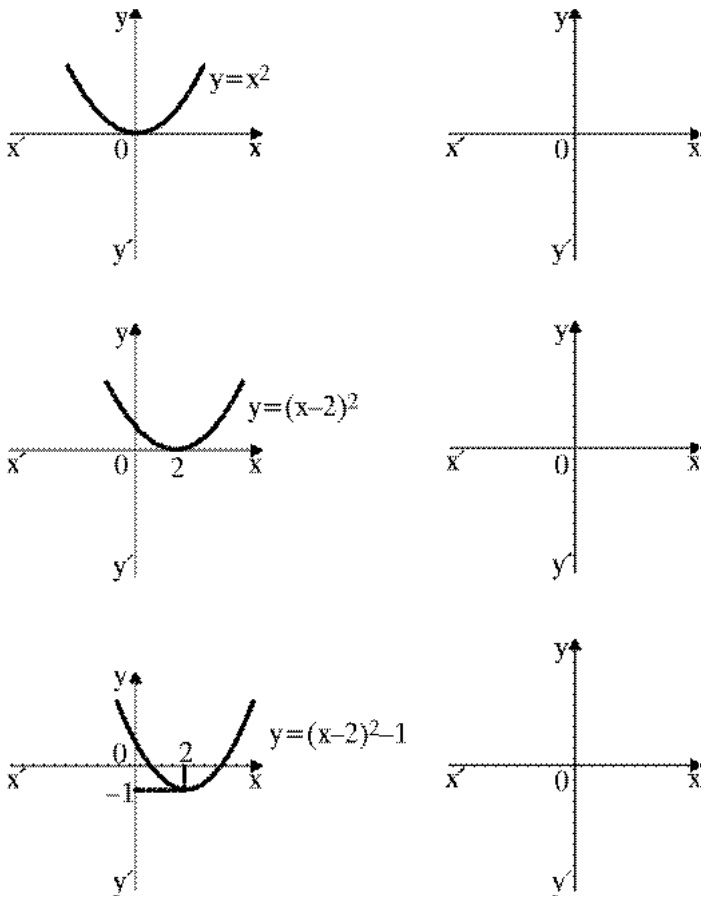
6. * Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων των γραφικών παραστάσεων των παρακάτω συναρτήσεων στα αντίστοιχα σημεία:

α) $f(x) = x^2 - 1$ A (0, f (0)) y = ...

β) $f(x) = 2x^2 - 1$ A (1, f (1)) y = ...

γ) $f(x) = 3x^2 - 2$ A (- 1, f (- 1)) y = ...

7. * Για κάθε γραφική παράσταση της y = f (x) χαράξτε την αντίστοιχη γραφική παράσταση της πρώτης παραγώγου της.



8. * Στη στήλη Α δίνονται τύποι συναρτήσεων. Συμπληρώστε στη στήλη Β τους αντίστοιχους τύπους των πρώτων παραγώγων τους.

Στήλη Α ***f (x)***	**Στήλη Β** ***f ΄ (x)***
$x - 1$	
$(x - 1)^2$	
$(x^2 - 1)^2$	
$(x - 1)^{\frac{2}{3}}$	
$\frac{1}{(x-1)^2}$	
$\frac{1}{\sqrt{x-1}}$	
$\frac{1}{\sqrt{(x-1)^3}}$	

9. * Στη στήλη Α δίνονται τύποι συναρτήσεων. Συμπληρώστε στη στήλη Β τους αντίστοιχους τύπους των πρώτων παραγώγων τους.

Στήλη Α ***f (x)***	**Στήλη Β** ***f ΄ (x)***
$\sqrt{\eta\mu x}$	
$\sqrt{\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x}$	
$x - \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x$	
$\frac{x}{\sqrt{\eta\mu x}}$	
$\frac{\eta\mu x}{\sqrt{x}}$	

10. * Στη στήλη Α δίνονται τύποι συναρτήσεων. Συμπληρώστε στη στήλη Β τους αντίστοιχους τύπους των πρώτων παραγώγων τους.

Στήλη Α ***f (x)***	**Στήλη Β** ***f ΄ (x)***
$x - \ln x$	
$x \cdot e^{\frac{1}{x}}$	
e^{-2x^3+1}	
$\ln \sqrt{x^2 - 2}$	

11. * Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι τύποι τεσσάρων συναρτήσεων. Να συμπληρώσετε τη στήλη Β με το αντίστοιχο πεδίο ορισμού τους, τη στήλη Γ με την πρώτη παράγωγό τους και τη στήλη Δ και τη δεύτερη παράγωγό τους.

Στήλη Α	**Στήλη Β** ***πεδίο ορισμού***	**Στήλη Γ** ***πρώτη παράγωγος***	**Στήλη Δ** ***δεύτερη παράγωγος***
$h(x) = \frac{1}{x^2}$			
$\varphi(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$			
$f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$			
$g(x) = \frac{x - 1}{x^2}$			

Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = x^2 - 3x + 2. Να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού της, Α

β) για ποιες τιμές του x $\in$ Α έχουμε f (x) = 0

γ) το πεδίο ορισμού Β της συνάρτησης g (x) = $\frac{2x}{x^2 - 3x + 2}$

2. ** Δίνεται η συνάρτηση g με g (x) = x^2 + 2.

α) Για ποιες τιμές του x $\in$ R έχουμε g (x) = 0;

β) Να βρείτε: i) το πεδίο ορισμού Α της συνάρτησης f (x) = $\frac{x}{x^2 + 2}$

ii) το πεδίο ορισμού Β της συνάρτησης h (x) = $\sqrt{x^2 + 2}$

3. ** Δίνεται η συνάρτηση g με g (x) = x^2 - 1.

α) Για ποιες τιμές του x $\in$ R έχουμε g (x) = 0;

β) Για ποιες τιμές του x $\in$ R η συνάρτηση g (x) είναι θετική;

γ) Να βρείτε: i) το πεδίο ορισμού Α της συνάρτησης f (x) = $\frac{2x}{x^2 - 1}$

ii) το πεδίο ορισμού Β της συνάρτησης h (x) = $\sqrt{x^2 - 1}$

iii) το πεδίο ορισμού Γ της συνάρτησης φ (x) = $\frac{2x}{\sqrt{x^2 - 1}}$

4. ** Δίνεται η συνάρτηση g με g (x) = x - 4.

α) Για ποιες τιμές του x $\in$ R έχουμε g (x) = 0;

β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού Α της συνάρτησης f (x) = $\frac{2x - 1}{x - 4}$

5. ** Δίνονται οι συναρτήσεις f, g με f (x) = x^2 - 4x - 2 και g (x) = 3x - 2, x $\in$ R. Να βρείτε:

α) τον τύπο της συνάρτησης f (x) + g (x) και να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της, Α

β) τον τύπο της συνάρτησης 3f (x) - 2g (x) και να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της, Β

γ) τον τύπο της συνάρτησης f (x) · g (x) και να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της, Γ

δ) τον τύπο της συνάρτησης $\frac{f(x)}{g(x)}$ και να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της, Δ

6. ** Δίνονται οι συναρτήσεις f, g με f (x) = $2x^2$ - 3x + 1, g (x) = $5x^2$ - 1, x $\in$ R. Να βρείτε:

α) το $\lim_{x \to 0}$ f (x) και το $\lim_{x \to 0}$ g (x)

β) το $\lim_{x \to 0}$ [f (x) + 2g (x)]

7. ** Δίνεται η συνάρτηση φ με φ (x) = $\frac{3x-2}{2x+3}$. Να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού της, Α

β) το $\lim\limits_{x \to 1}$ φ (x)

γ) το $\lim\limits_{x \to 1}$ [φ (x)]^3

8. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $\sqrt{6x^2-2}$. Να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού της, Α

β) το $\lim\limits_{x \to -\frac{\sqrt{3}}{3}}$ f (x)

9. ** Δίνονται οι συναρτήσεις f, g με f (x) = $6x^3 + 5x - 1$, g (x) = $2x - 1$, $x \in R$. Να βρείτε:

α) τα $\lim\limits_{x \to -1}$ f (x), $\lim\limits_{x \to -1}$ g (x)

β) το $\lim\limits_{x \to -1} \frac{f(x)}{g(x)}$

10. ** Αν $\lim\limits_{x \to x_0}$ f (x) = - 2, να βρείτε το $\lim\limits_{x \to x_0}$ φ (x), όταν:

α) φ (x) = 3 f (x)

β) φ (x) = 3 f (x) - 2

γ) φ (x) = $\frac{5f(x)}{f^3(x)-2}$

δ) φ (x) = $\sqrt{2f^2(x)-1}$

11. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $\frac{x^2-4}{x+2}$. Να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού της, Α

β) το $\lim\limits_{x \to -2}$ f (x)

12. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $\frac{9x^2-1}{3x+1}$. Να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού της, Α

β) το $\lim\limits_{x \to -\frac{1}{3}}$ f (x)

13. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x-3}$. Να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού της, Α

β) το $\lim\limits_{x \to 3}$ f (x)

14. ** Για ποιες τιμές του α $\in$ R η συνάρτηση f (x) = $\frac{3x-1}{x^2+\alpha}$ έχει πεδίο ορισμού το σύνολο R των πραγματικών αριθμών;

15. ** Για ποιες τιμές του α $\in$ R η συνάρτηση f (x) = $\frac{2x-3}{x^2-4x+(\alpha+2)}$ έχει πεδίο ορισμού το σύνολο R των πραγματικών αριθμών;

16. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $\frac{x-2}{x+4}$. Να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού της, A

β) το $\lim\limits_{x\to 1}$ f (x).

γ) Να εξετάσετε, αν η f (x) είναι συνεχής στη θέση $x_0 = 1$.

17. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $\begin{cases} x^2-3x+2, & x\neq 3 \\ \alpha, & x=3 \end{cases}$.

α) Για $x \neq 3$ είναι συνεχής η συνάρτηση;

β) Για ποια τιμή του α $\in$ R η συνάρτηση f (x) είναι συνεχής στο σημείο $x_0 = 3$;

18. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $\begin{cases} \frac{x^2-x-2}{x-2}, & x\neq 2 \\ \alpha, & x=2 \end{cases}$. Να βρείτε:

α) το $\lim\limits_{x\to 2}$ f (x)

β) την τιμή του α $\in$ R, ώστε η συνάρτηση f να είναι συνεχής στο σημείο $x_0 = 2$.

19. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $\begin{cases} \frac{-x+x^2}{x-1}, & x\neq 1 \\ \alpha, & x=1 \end{cases}$. Να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού της, A

β) το $\lim\limits_{x\to +1} \frac{-x+x^2}{x-1}$

γ) την τιμή του α $\in$ R, ώστε η f να είναι συνεχής στο σημείο $x_0 = 1$

20. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $\begin{cases} \frac{x^2-5x+6}{x-2}, & x\neq 2 \\ \alpha, & x=2 \end{cases}$. Να βρείτε την τιμή του α $\in$ R, ώστε η συνάρτηση f να είναι συνεχής στο σημείο $x_0 = 2$.

21. ** Η διαγώνιος ενός τετραγώνου είναι δ. Να εκφράσετε, ως συνάρτηση της διαγωνίου δ:

α) την περίμετρό του β) το εμβαδό του

22. ** Οι κάθετες πλευρές ΑΒ, ΑΓ ενός ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ (Α = 90°) μεταβάλλονται έτσι ώστε το εμβαδό του να παραμένει σταθερό και ίσο με 12 m^2. Να εκφράσετε το μήκος x της πλευράς ΑΒ, ως συνάρτηση του μήκους y της πλευράς ΑΓ.

23. ** Ένας κυκλικός τομέας ακτίνας r έχει εμβαδό 30 cm^2. Να εκφράσετε την περίμετρό του, ως συνάρτηση της ακτίνας r.

24. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $\frac{x^2}{3}$, x $\in$ R. Να βρείτε:

α) την f ΄ (3)

β) το συντελεστή διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης της συνάρτησης f, στο σημείο με x = 3

γ) την εξίσωση της παραπάνω εφαπτομένης

25. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = αx^2, x $\in$ R, α $\in$ R.

α) Να βρείτε την f ΄ (2).

β) Να προσδιορίσετε το α, ώστε ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης της f στο σημείο (2, f (2)) να είναι 4.

26. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = x^2 + 1, x $\in$ R.

α) Να βρείτε την f ΄ (0).

β) Να προσδιορίσετε το συντελεστή διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης της f στο σημείο με x = 0.

γ) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης της f στο σημείο (0, f (0)).

27. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = x^2 - 5x + 6, x $\in$ R. Να βρείτε:

α) την f΄ (x)

β) την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f, που είναι παράλληλη στον άξονα x΄x.

28. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $2x^2$ - αx, x $\in$ R, α $\in$ R.

α) Να βρείτε την f ΄ (2).

β) Να προσδιορίσετε το α, ώστε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο (2, f (2)) να σχηματίζει με τον άξονα x΄x γωνία 45°.

29. ** Να βρεθεί η γωνία που σχηματίζει με τον άξονα x΄x η εφαπτομένη της καμπύλης, που είναι γραφική παράσταση της συνάρτησης f (x) = - $2x^2$ + x - 3 στο σημείο ($\frac{1}{4}$, f ($\frac{1}{4}$)).

30. ** Η θέση ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα, δίνεται συναρτήσει του χρόνου από τον τύπο S (t) = 2t + t^2, όπου το t μετριέται σε sec και το S σε μέτρα. Να βρείτε:

α) τη μέση ταχύτητα του κινητού στο χρονικό διάστημα [0, 4] sec

β) τη στιγμιαία ταχύτητα του κινητού, όταν t = 1 sec (1 sec μετά την εκκίνησή του).

31. ** Η θέση ενός κινητού, που εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση, δίνεται συναρτήσει του χρόνου t (σε sec) από τον τύπο S (t) = $3t^2$ - t. Να βρείτε:

α) τη μέση ταχύτητα του κινητού στο χρονικό διάστημα [2, 4] sec
β) τη στιγμιαία ταχύτητα του κινητού, όταν t = 3 sec (3 sec μετά την εκκίνησή του).

32. ** Η ταχύτητα, ενός κινητού, που κινείται ευθύγραμμα, συναρτήσει του χρόνου t (σε sec), δίνεται από τον τύπο υ (t) = $3t^2$ - 5.
α) Να εκφράσετε το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας (επιτάχυνση) του κινητού ως προς t, όταν t = t_0.
β) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας (επιτάχυνση) του κινητού ως προς t, όταν t = 10 sec (10 sec μετά την εκκίνησή του).

33. ** Ένας πληθυσμός μικροβίων P μεταβάλλεται συναρτήσει του χρόνου t (σε ώρες) σύμφωνα με τον τύπο P (t) = $10^3 - 5 \cdot 10^2 (1 + t)^{-1}$.
α) Να βρείτε τον αρχικό αριθμό μικροβίων (t = 0).
β) Να βρείτε τον αριθμό των μικροβίων όταν t = 9 ώρες.
γ) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του πληθυσμού των μικροβίων ως προς το χρόνο, όταν t = 9 ώρες.

34. ** Ο πληθυσμός A μιας περιοχής δίνεται, συναρτήσει του χρόνου t (σε έτη) από τον τύπο A (t) = $10 \cdot e^{0.04t}$ (σε χιλιάδες). Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του πληθυσμού αυτής της περιοχής, ως προς το χρόνο, ύστερα από 25 έτη.

35. ** Δίνονται οι συναρτήσεις f, g με f (x) = $\frac{x^3}{e^x}$, g (x) = $e^x \cdot x^2$. Να βρείτε:
α) Την πρώτη παράγωγο i) της f και ii) της g.
β) Τις παραγώγους i) f ΄ (1) και ii) g ΄ (1).

36. ** Να βρείτε πολυώνυμο P (x) τρίτου βαθμού, τέτοιο ώστε P (0) = - 1, P΄ (1) = 5, P΄ (0) = 2, P΄΄ (1) = 2.

37. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $2x - x^2$.
α) Να βρείτε: i) την f ΄ (x) ii) την f ΄΄ (x)
β) Να αποδειχθεί ότι: (1 - x) f ΄΄ (x) + f ΄ (x) = 0, για κάθε x $\in$ R.

38. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = e^{2x}.
α) Να βρείτε: i) την f ΄ (x) ii) την f ΄΄ (x)
β) Να δείξετε ότι: 2f ΄ (x) - f ΄΄ (x) = 0, για κάθε x $\in$ R.

39. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $e^{\alpha x}$, α $\in$ R. Να βρείτε:
α) Την f ΄ (x)
β) Την f ΄΄ (x)
γ) Τις τιμές του α, ώστε να ισχύει η σχέση f ΄΄ (x) + 2f ΄ (x) = 3f (x), για κάθε x $\in$ R.

40. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = (3x - 2) $\cdot \sqrt{(x+1)^3}$. Να βρείτε:
α) Την f ΄ (x)
β) Το f ΄ (0).

41. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $\frac{e^x - 1}{e^x + 1}$. Να βρείτε:

α) Το πεδίο ορισμού της, Α

β) Την f ΄ (x).

42. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $\frac{x}{e^x - 1}$. Να βρείτε:

α) Το πεδίο ορισμού της, Α

β) Την f ΄ (x).

43. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $\frac{1 - \eta\mu x}{1 - \sigma\upsilon\nu x}$. Να βρείτε:

α) Το πεδίο ορισμού της, Α

β) Την f ΄ (x).

44. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x + 1$, $x \in R$. Να βρείτε:

α) Την f ΄ (x)

β) Τα σημεία της καμπύλης της συνάρτησης, στα οποία οι εφαπτόμενες σ' αυτήν, είναι παράλληλες στον άξονα x΄x.

45. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $(x + 1)^2$, $x \in R$. Να βρείτε:

α) Την f ΄ (x)

β) Το συντελεστή διεύθυνσης λ της εφαπτομένης της καμπύλης της f στο σημείο με τετμημένη 4.

46. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $- x^2 + 3x - 1$, $x \in R$. Να βρείτε:

α) Την f ΄ (x)

β) Την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης της f, που σχηματίζει με τον άξονα x΄x γωνία 135°.

47. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $\alpha (x + 1)^2$, $x \in R$, $\alpha \in R$.

α) Να βρείτε την f ΄ (x).

β) Να προσδιορίσετε τον α, ώστε ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης της f στο σημείο (1, f (1)) να είναι 4.

γ) Να βρείτε την εξίσωση της παραπάνω εφαπτομένης ευθείας.

48. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $x^2 - 4x + 2$, $x \in R$.

α) Να βρείτε την f ΄ (x)

β) Να προσδιορίσετε το σημείο Α της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f, στο οποίο η εφαπτομένη της σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα x΄x.

49. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $2x^2 - \alpha x + \beta$, $\alpha, \beta \in R$ και η ευθεία $y = 3x - 1$, $x \in R$. Να υπολογίσετε τα α, β ώστε η ευθεία $y = 3x - 1$ να είναι εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο με τετμημένη 2.

50. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $\frac{1}{3}x^3 + x^2 - 2x + 1$, $x \in R$. Να βρείτε:

α) Την f ΄ (x).

β) Τις εξισώσεις των εφαπτομένων της γραφικής παράστασης της f, που είναι παράλληλες στην ευθεία y = x + 3.

51. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $\frac{2}{x^2}$, $x \in R$, $x \neq 0$.

α) Να δείξετε ότι f ΄ (α) = - $\frac{4}{\alpha^3}$ για κάθε $\alpha \in R$, $\alpha \neq 0$.

β) Να προσδιορίσετε την εξίσωση της ευθείας που εφάπτεται στο σημείο (α, $\frac{2}{\alpha^2}$) της γραφικής παράστασης της f.

52. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $x^3 - 9x^2 + 15x - 3$, $x \in R$.

α) Να βρείτε την f ΄ (x).

β) Να εξετάσετε τη μονοτονία της.

γ) Να προσδιορίσετε τα ακρότατά της (αν υπάρχουν).

53. ** Δίνονται οι συναρτήσεις f, g με τύπους: f (x) = $2x^2 - 4x - 1$ και g (x) = $4x - x^2 + 2$, $x \in R$. Να βρείτε:

α) i) την f ΄ (x) και ii) την g ΄ (x).

β) Τις θέσεις για τις οποίες οι συναρτήσεις παρουσιάζουν ακρότατο

γ) Τις τιμές των ακροτάτων αυτών.

54. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x - 2$, $x \in R$. Να βρείτε:

α) Την f ΄ (x)

β) Για ποιες τιμές του x έχουμε f ΄ (x) = 0

γ) Ποιες από τις παραπάνω τιμές των x είναι θέσεις ακροτάτων για την f

δ) Τις τιμές των ακροτάτων.

55. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $\kappa x^2 + \lambda x + 3$, $x \in R$, $\kappa, \lambda \in R$.

α) Να βρείτε τα κ, λ ώστε η f να έχει στη θέση x = 1 τοπικό ακρότατο ίσο με - 2.

β) Τι είδους ακρότατο παρουσιάζει η συνάρτηση στη θέση x = 1;

56. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $x^3 - 3x$, $x \in R$. Να βρεθούν τα διαστήματα που η f είναι:

α) Αύξουσα

β) Φθίνουσα

57. ** Δίνεται η συνάρτηση f με f (x) = $x^2 \cdot e^{-x}$.

α) Να βρεθούν οι f ΄ (x), f ΄΄ (x).

β) Να μελετηθεί η συνάρτηση f, ως προς τη μονοτονία της.

γ) Να προσδιοριστούν τα ακρότατά της (αν υπάρχουν).

58. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = (2x - x^2)e^x$, $x \in R$.
α) Να βρεθούν: i) το πεδίο ορισμού της, ii) η $f'(x)$ και η $f''(x)$.
β) Να μελετηθεί η f ως προς: i) τη μονοτονία της,
ii) τα ακρότατά της και να εντοπιστούν αυτά, αν υπάρχουν.

59. ** Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \kappa x^3 + \lambda x^2 + 3x - 1$, $x \in R$, $\kappa, \lambda \in R$.
α) Να βρείτε την $f'(x)$.
β) Να προσδιορίσετε τα κ, λ, ώστε η f να έχει τοπικά ακρότατα στα σημεία με τετμημένες $x_1 = 2$, $x_2 = -2$.
γ) Να βρείτε τις τιμές των ακροτάτων.

60. ** Από όλα τα ορθογώνια παραλληλόγραμμα με την ίδια περίμετρο, ποιο είναι εκείνο που έχει το μέγιστο εμβαδό;

61. ** Από όλα τα ορθογώνια παραλληλόγραμμα με εμβαδό 1600 m^2, να βρείτε τις διαστάσεις εκείνου, που έχει την μικρότερη περίμετρο.

62. ** Να αποδείξετε ότι από όλα τα ισοσκελή τρίγωνα, που είναι εγγεγραμμένα σε κύκλο ακτίνας R, το ισόπλευρο έχει μεγαλύτερο εμβαδό.

63. ** Να βρεθούν δύο αριθμοί x, y με σταθερό άθροισμα 12, που να έχουν το μεγαλύτερο γινόμενο.

64. ** Η τιμή πώλησης ενός μηχανικού εξαρτήματος είναι 1.000 δρχ. Το κόστος του συναρτήσει του χρόνου κατασκευής (σε ώρες) προσεγγίζεται από τον τύπο της συνάρτησης:

$$K(t) = t^2 + 250t^{-1}$$

α) Πότε πραγματοποιήθηκε το μέγιστο κέρδος;
β) Πόσο είναι αυτό;

65. ** Η ενέργεια που καταναλώνει ένας μικροοργανισμός που κινείται μέσα στο αίμα ενός ασθενούς με ταχύτητα υ, προσεγγίζεται από τον τύπο της συνάρτησης:

$$E(\upsilon) = \frac{1}{\upsilon}\,[2(\upsilon - 35)^2 + 750]$$

α) Με ποια ταχύτητα πρέπει να κινηθεί για να καταναλώσει τη μικρότερη ενέργεια;
β) Πόση είναι η ελάχιστη ενέργεια;

66. ** Η ενέργεια W (t), που αποδίδεται από ένα πηνίο, μεταβάλλεται με το χρόνο t σύμφωνα με τον τύπο της συνάρτησης:

$$W(t) = 6t^2 - t^4$$

και μετριέται σε Joules.
α) Να εκφράσετε το ρυθμό μεταβολής της ενέργειας ως προς το χρόνο (την ισχύ του πηνίου) τη χρονική στιγμή $t = t_0$.
β) Σε ποια χρονική στιγμή το πηνίο έχει μέγιστη ισχύ;
γ) Πόσα Watt είναι η μέγιστη ισχύς;

67. ** Η τιμή εισιτηρίου των αστικών λεωφορείων είναι σταθερή τα τελευταία 8 χρόνια στις 100 δρχ. Το κόστος μεταφοράς ανά επιβάτη στη διάρκεια των 8 χρόνων προσεγγίζεται από τον τύπο της συνάρτησης:

$$K(t) = t^2 + \frac{250}{t}$$

όπου $t \in (0, 8]$ ο χρόνος.

α) Να προσδιοριστεί η χρονική στιγμή κατά την οποία πραγματοποιήθηκε το μέγιστο κέρδος.

β) Πόσο είναι αυτό το κέρδος;

68. ** Η θετική αντίδραση ενός οργανισμού σ' ένα φάρμακο περιγράφεται (δίνεται) από τον τύπο της συνάρτησης $f(x) = x^2(\alpha - x)$, $\alpha > 0$ σταθερά και x η ημερήσια δόση του φαρμάκου σε mg. Ποια είναι η ενδεδειγμένη ποσότητα δόσης του φαρμάκου ώστε να έχουμε τη μεγαλύτερη θετική αντίδραση του οργανισμού;

69. ** Ένα εργοστάσιο ζαχαροπλαστικής παρασκευάζει μεταξύ άλλων ταψάκια γαλακτομπούρεκου. Υπολογίστηκε ότι η παρασκευή x ταψιών την εβδομάδα κοστίζει περίπου $(\frac{x^2}{4} + 25x + 25)$ δρχ. Αν η τιμή πώλησης του ταψιού είναι $(1000 - \frac{x}{2})$ δρχ., πόσα ταψάκια γαλακτομπούρεκο πρέπει να παράγει την εβδομάδα, ώστε να έχει το μεγαλύτερο δυνατό κέρδος;